**Решения заданий муниципального этапа**

**Всероссийской олимпиады школьников по математике**

**2024-2025 учебный год, 10 КЛАСС**

**Максимальное количество 35 баллов**

**10.1.** На олимпиаде по математике все знакомые участники пожали друг другу руки. Какое наименьшее количество участников должно было прийти, если известно, что рукопожатий было 24?

**Ответ: 8.**

**Решение:**

**Допустим, все пожали друг другу руки, тогда рукопожатий должно быть не меньше, чем , где – количество участников.**

**, ближайший точный квадрат 225, откуда .**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии** | ***баллы*** |
| 1. **Полное решение задачи** | **7** |
| 1. **Найден верный ответ, проведён расчёт рукопожатий, но не объяснено почему меньше быть не может.** | **3** |
| 1. **Ответ без расчёта рукопожатий.** | **0** |
| 1. **Неверное решение.** | **0** |

**10.2.** Решите систему уравнений:

**Ответ: (1; 2; 3) и (-1; -2; -3).**

**Решение:**

**Поменяем местами числители и знаменатели всех частей уравнений.**

**Сделаем замены: , , .**

**Сложив уравнения между собой, получим: , значит .**

**, по аналогии получаем .**

**Перемножив, получим: , значит . Далее находим две тройки чисел.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии** | ***баллы*** |
| 1. **Полное решение задачи.** | **7** |
| 1. **Ход решения верный, потеряны отрицательные корни.** | **5** |
| 1. **Рассмотрена идея с заменой числителей и знаменателей между собой.** | **2** |
| 1. **Неверное решение.** | **0** |

**9.3.** Задача на уроке математики звучала так: «Придумайте какие-нибудь четыре разных натуральных числа, среднее арифметическое которых равно второму по величине числу». Ученик записал, в тетради следующее: 1, *x*, *y*, 100. Сколько чисел ему можно взять вместо *y* так, чтобы задача имела решение для *x*, а числа были записаны в порядке возрастания?

**Ответ: 16 чисел.**

**Решение:**

**– второе по величине, значит .**

**, откуда .**

1. **(ограничений не даёт)**
2. **, даёт остаток 1 при делении на 3.**

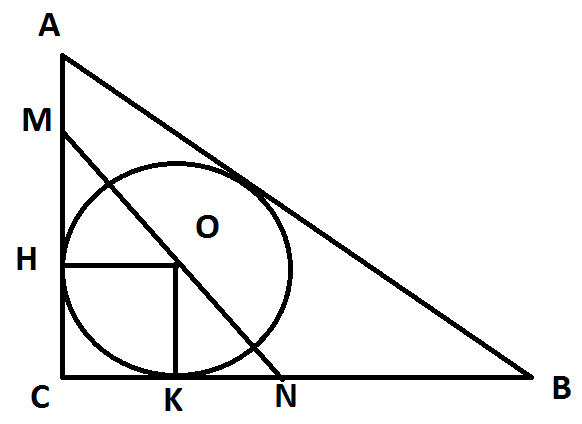
**Таким образом, осталось посчитать количество чисел от 51 до 99, которые дают остаток 1 при делении на 3. Таких чисел .**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии** | **баллы** |
| 1. **Полное решение задачи.** | **7** |
| 1. **Найдены все числа и показано, что других нет. Участник выписывает все числа, но не указывает их количество** | **6** |
| 1. **В решении присутствуют все три оценки, но неверно сделан подсчёт чисел.** | **4** |
| 1. **Выписаны все числа, но не объяснено, почему других не найдётся.** | **2** |
| 1. **В решении присутствует хотя бы одна оценка.** | **1** |
| 1. **Неверное решение.** | **0** |

**10.4.** Через центр вписанной в прямоугольный треугольник окружности с радиусом см проведена прямая, пересекающая катеты и в точках и . Найдите наименьшее возможное значение площади .

**Ответ: 4 см2.**

**Решение:**

******

**Проведём радиусы и вписанной окружности сторонам и соответственно. Получим квадрат со стороной .**

**Треугольники и подобны(; – накрестлежащие при ). Получаем соотношение . Обозначив , получаем , откуда .**

**Задача свелась к минимизации выражения .**

**(сумма двух обратных чисел всегда не меньше 2). Это значение достигается при .**

**Получаем .**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии** | ***баллы*** |
| 1. **Полное решение задачи.** | **7** |
| 1. **Верный ход решения, допущены ошибки в вычислениях повлиявшие на ответ.** | **5** |
| 1. **Задача свелась к минимизации выражения .** | **4** |
| 1. **Сделаны дополнительные построения радиусов, показано, что – квадрат. Доказано подобие треугольников и .** | **2** |
| 1. **Сделаны дополнительные построения радиусов, показано, что – квадрат.** | **1** |
| 1. **Неверное решение.** | **0** |

**10.5.** В наборе отрезков, каждый следующий - в 2 раза больше предыдущего. Можно ли из такого набора составить выпуклый многоугольник?

**Ответ: Нет, нельзя.**

**Решение:**

**Пусть наименьший отрезок длины – , тогда остальные: .**

**Сумма всех отрезков, кроме наибольшего, .**

**Пользуясь формулой геометрической прогрессии, получим , что очевидно меньше, чем .**

**В таком наборе самый большой отрезок больше суммы всех остальных отрезков, значит многоугольник сложить не получится.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерии** | ***баллы*** |
| 1. **Полное решение задачи.** | **7** |
| 1. **Заявлено, что наибольший отрезок больше суммы остальных на длину наименьшего, без формального обоснования.** | **4** |
| 1. **Замечено, что самый большой отрезок больше суммы всех остальных отрезков.** | **2** |
| 1. **Неверное решение.** | **0** |